МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.6

К. А. Беклемышева, А. В. Васюков А. С. Ермаков, И. Б. Петров

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОСЛОЙНЫХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

С помощью сеточно-характеристического метода моделируется соударение полимерных композитных деталей со стальным ударником. Для верификации метода приводится сравнение расчета с аналитикой для распространения сферического возмущения в однородной среде. Анализируются потенциальные зоны разрушения композитного материала.

The collision of polymer composite parts with a steel hammer is simulated using grid-characteristic method. To verify the method a comparison with analytics for distribution of spherical explosion in a homogeneous medium is given. The potential fracture zones in composite parts are analyzed.

Ключевые слова: сеточно-характеристический метод, механика деформируемого твердого тела, полимерные композиты, разрушение материала.

Key words: grid-characteristic method, the mechanics of deformable solids, polymer composites, material destruction.

Введение

Использование композиционных полимерных материалов открывает новые перспективы в авиационной промышленности благодаря сочетанию легкости и высокой прочности. Актуальной задачей является не только разработка новых усовершенствованных композиционных материалов, но и создание методик и норм проверки их прочностных характеристик и надежности в эксплуатации. Композиционные материалы после действия нагрузки могут заметно терять прочность даже при отсутствии видимых повреждений. Расслоение композитного материала и последующее разрушение внутренних слоев, которое происходит даже при незначительных для цельного материала низкоскоростных соударениях, приводит к деформации и разрушению деталей аппарата при дальнейшей эксплуатации.

Возникновение данных повреждений носит выраженный волновой характер. Динамическое воздействие вызывает распространение упругих волн в образце. В случае композиционного материала множественные переотражения волн от внутренних контактных границ между слоями создают сложную волновую картину. Интерференция прямых, 7

отраженных и преломленных волн формирует итоговые области максимальных нагрузок в конструкции.

В связи с этим для моделирования необходимо использовать численный метод решения системы уравнений механики деформируемого твердого тела, позволяющий получить полную волновую картину с высоким временным и пространственным разрешением, учитывающий влияние контактных границ между слоями. Фундаментальные исследования свойств композиционных материалов дают возможность выработать подходы к проектированию как новых композиционных материалов, так и новых силовых схем.

1. Численный метод

В данной работе мы используем модель упругого твердого тела, свойства которого описываются полной замкнутой динамической системой уравнений механики сплошных сред (MCC) с корректным решением задачи контактного разрыва (см., например, [1]). Это система дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, включающая уравнения движения и реологические соотношения, связывающие тензоры напряжений и деформаций (или их временные производные). Корректное решение задачи динамического контактного разрыва представляет собой самостоятельную проблему при применении численных методов для решения задач МСС и может быть реализовано только при использовании подходов, учитывающих характеристические свойства определяющей системы уравнений. Такими свойствами обладают сеточно-характеристические методы [2–4], применяемые в данной работе. Для моделирования полимерных слоев используется модель Работнова для вязко-упругого материала [5].

Моделирование выполнялось как в двумерной, так и в трехмерной постановке. В двумерной постановке предполагается наличие осевой симметрии задачи. Такой вариант расчета позволяет эффективно моделировать трехмерную задачу, однако для этого удар должен происходить строго в центре преграды, ударник двигается строго по нормали к поверхности преграды, ударник и преграда обладают осевой симметрией. Каждый отдельный слой в преграде рассматривается как однородный и изотропный, в основе описания лежит линейное уравнение связи напряжений и деформаций в виде закона Гука для изотропных тел. Полимерные слои описываются реологическими соотношениями для вязко-упругого материала. На контактных границах стоит условие полного слипания. В начальный момент времени напряжения в преграде и ударнике отсутствуют, преграда покоится, все точки ударника имеют одинаковую скорость. При решении задачи используется неструктурированная сетка, состоящая из треугольников в двумерной постановке и тетраэдров в трехмерной постановке. Сетка лагранжева, скорости движения ее узлов совпадают с рассчитанной скоростью тела в данном узле.

2. Результаты расчетов

Для проверки изотропии схемы и корректности расчета при отражении от границ был произведен расчет модельной задачи об отражении сферической волны от свободной поверхности. Параметры расчета: $\lambda = 20\ 000$; $\mu = 10\ 000$; $\rho = 1\ {\rm kr/m}^3$. Результаты расчета представлены на рисунке 1.



Рис. 1. Отражение продольной волны со сферическим фронтом от свободной границы

Видны три группы волн: исходная волна, распространяющаяся в глубь полупространства, отраженная продольная волна со сферическим фронтом, отраженная поперечная волна со сферическим фронтом и окном на нормали к поверхности. Расчет соответствует точному решению задачи, приведенному в [6].

Для проверки метода на многослойной конструкции с различными реологическими свойствами слоев был выполнен расчет модельной задачи об ударе по пятислойной преграде. Параметры расчета: индекс 0 — параметры ударника; индекс 1 — параметры нечетных слоев; индекс 2 — четных. На рисунке 2 видно формирование характерных вихревых волн в слоях.

Основной расчет производился для сравнения результатов взаимодействия ударников с композитными элементами различной формы: плоской и Т-образной. Параметры расчета:

$$λ_1 = 5,72 \cdot 10^9$$
, $μ_1 = 3,22 \cdot 10^9$, $ρ_1 = 1580$ kg/m³, $λ_2 = 1,44 \cdot 10^9$,
 $μ_2 = 0,96 \cdot 10^9$, $ρ_2 = 1250$ kg/m³, $λ_0 = 99,43 \cdot 10^9$, $μ_0 = 78,13$.

Индекс 0 — параметры ударника; индекс 1 — параметры нечетных слоев; индекс 2 — четных. Результаты расчета представлены в виде сравнения картин распределения максимальных напряжений разных типов за все время соударения (рис. 3–6).



Рис. 2. Результаты расчета удара по пятислойной преграде



Рис. 3. Максимальные сжатия (по модулю) за все время соударения



Рис. 4. Максимальные растяжения (по модулю) за все время соударения



Рис. 5. Максимальные сдвиговые напряжения (по модулю) за все время соударения



Рис. 6. Максимальное эквивалентное напряжение Мизеса (по модулю) за все время соударения

Таким образом, мы можем сделать следующие выводы. Зона максимального сжатия (рис. 3) имеет характерный размер порядка диаметра области контакта между ударником и пластиной.

В случае плоской конструкции растягивающие напряжения (рис. 4) выражены достаточно явно. Это связано с многократным переотражением волн в тонкой конструкции при относительно слабом рассеивании и затухании. Волны растяжения от первого и второго отражения имеют значительную амплитуду, что видно на рисунке. Принципиально, что волны растяжения в данном случае действуют поперек направления волокон в композитном материале. Сопротивление его такому типу нагрузки минимально. Диаметр зоны потенциальных разрушений оказывается заметно больше размеров ударника. В случае Т-образной конструкции столь ярко выраженные зоны растягивающих напряжений не формируются, так как волна нагрузки большей частью проходит в глубь конструкции. При более высокой энергии соударения наблюдается зона разрушения в основании стрингера.

Сдвиговые напряжения (рис. 5) локализуются на периферии зоны максимального сжатия. В однородной среде зона максимальных сдвиговых напряжений имеет форму конуса, расходящегося от места удара. В случае многослойной среды, моделирующей композит, из-за переотражений волн формируется зона, по форме более близкая к колоколу. Вследствие этого характерный размер зоны действия сдвиговых напряжений зависит от толщины пластины. На качественном уровне картина одинакова для обеих конструкций. Количественно размер поврежденной зоны оказывается несколько больше во втором случае из-за большей толщины конструкции в месте удара.

Напряжение Мизеса (рис. 6) характеризует девиаторную часть тензора напряжений. Нагрузки такого типа связаны с изменением формы вещества без изменения его объема. В однородной среде зона максимальных напряжений Мизеса с хорошей точностью совпадает с зоной максимальных сдвиговых напряжений. Для композита рассматриваемой структуры получено, что характер распределения напряжений Мизеса несколько меняется. Область принимает колоколообразную форму, аналогично сдвиговым напряжениям. В первой постановке напряжения Мизеса значительно меньше, чем во второй, так как отражения от близкой свободной поверхности быстро компенсируют девиаторную часть нагрузки, переводя ее в растяжения. В случае нецентрального удара по композиции со стрингером распределение максимальных сжатий, сдвигов и напряжений Мизеса хорошо совпадает с аналогичными распределениями для удара по элементу общивки без стрингера. Этот результат вполне логичен, так как общий вид конструкции тот же — тонкая пластина, стрингер расположен в стороне от зоны удара и не разгружает конструкцию. Амплитуда растягивающих напряжений в области края крепления стрингера оказывается в 2,5 раза больше, чем значение на тыльной поверхности для конструкции без стрингера. При этом на верхней границе образца растягивающие напряжения оказываются заметно меньше(в 1,5–2 раза) по сравнению с элементом общивки без стрингера.



Рис. 7. Потенциальные области разрушений по критерию интегрального воздействия



Рис. 8. Потенциальные области разрушений по критерию растягивающих напряжений

Анализируя картины распределения максимальных напряжений, мы можем оценить зону разрушения материала (табл.). При сравнении численного и натурного эксперимента целесообразно обратить внимание на два критерия: интегральная характеристика воздействия (рис. 7) и максимальные растягивающие напряжения (рис. 8). Первый критерий описывает общее воздействие на конструкцию. Максимальные растягивающие напряжения отдельно интересны, так как нагрузку такого типа композиционный материал выдерживает хуже всего.

Постановка задачи	Диаметр разрушенной	Чем обусловлено
	области, мм	разрушение
Элемент обшивки без стрин-		Сжатие и сдвиг в централь-
гера, центральный удар	50-60	ной зоне, растяжение в пе-
		риферийной зоне
Элемент обшивки со стрин-	25-30	Сжатие, сдвиг, напряжение
гером, центральный удар		Мизеса
Элемент обшивки со стрин-		Сжатие и сдвиг на внешней
гером, нецентральный удар	20-25	поверхности, растяжение
		на тыльной поверхности

Области концентрации напряжений

Заключение

В результате выполнения данной работы разработаны оригинальные методы численного моделирования действия низкоскоростного удара на модельную конструкцию из композиционного материала как в двумерной, так и в трехмерной постановке. Разработанные методы позволяют проводить моделирование волновых процессов в композитной конструкции при динамическом внешнем воздействии с учетом взаимодействия волновых фронтов, влияния внешних и внутренних границ, различия реологических свойств слоев.

Разработанные методы реализованы в виде параллельного вычислительного комплекса, позволяющего выполнять моделирование как на стандартном оборудовании, так и на современных высокопроизводительных вычислительных комплексах.

Исследованы волновые процессы в многослойных средах различной структуры. Получены области потенциальных разрушений, обусловленные распространением и взаимодействием волновых фронтов в материале.

Результаты численного моделирования могут быть использованы для экспериментальной проверки предложенных математических моделей и численного метода.

Список литературы

1. Новацкий В. К. Теория упругости. М., 1975.

2. *Челноков Ф. Б.* Численное моделирование деформационных динамических процессов в средах со сложной структурой : дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2005.

3. *Магомедов А. М., Холодов А. С.* Сеточно-характеристические численные методы. М., 1988.



4. *Петров И. Б., Холодов А. С.* Численное исследование некоторых динамических задач механики деформируемого твердого тела сеточно-характеристическим методом // Ж. выч. матем. и матем. физ. 1984. Т. 24, №5. С. 722–739.

5. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М., 1988.

6. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы. М., 1983.

Об авторах

Катерина Алексеевна Беклемышева — асп., Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный.

E-mail: amisto@yandex.ru

Алексей Викторович Васюков — канд. физ.-мат. наук, ассист., Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный. E-mail: vasyukov@gmail.com

Алексей Сергеевич Ермаков – асп., Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный. E-mail: alexey.ermakov@gmail.com

Игорь Борисович Петров — д-р физ.-мат. наук, проф., чл.-кор. РАН, Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный. E-mail: petrov@mipt.ru

About the authors

Katerina Beklemysheva – PhD student, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: amisto@yandex.ru

Dr Alexey Vasyukov – lecturer, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: vasyukov@gmail.com

Alexey Ermakov – PhD student, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: alexey. ermakov@gmail.com

Prof Igor Petrov – corresponding member of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: petrov@mipt.ru

14